

転位と亀裂の力学 Mechanics of dislocations and cracks



低温での構造破壊

シャルピー衝撃試験

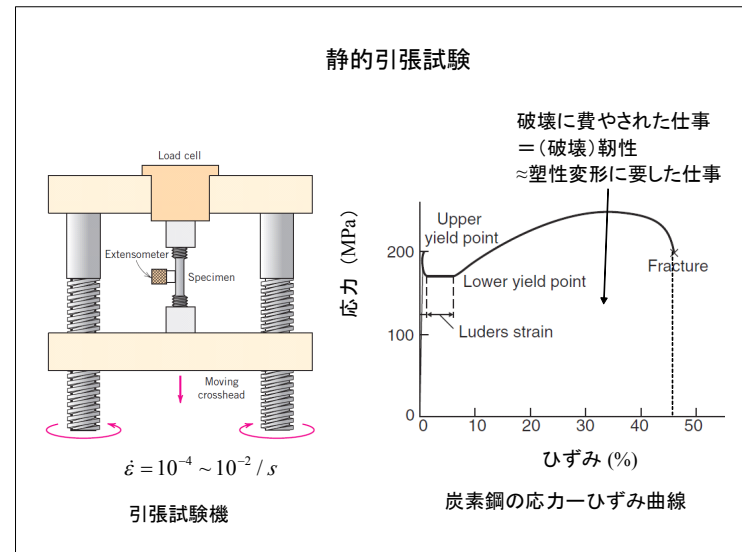
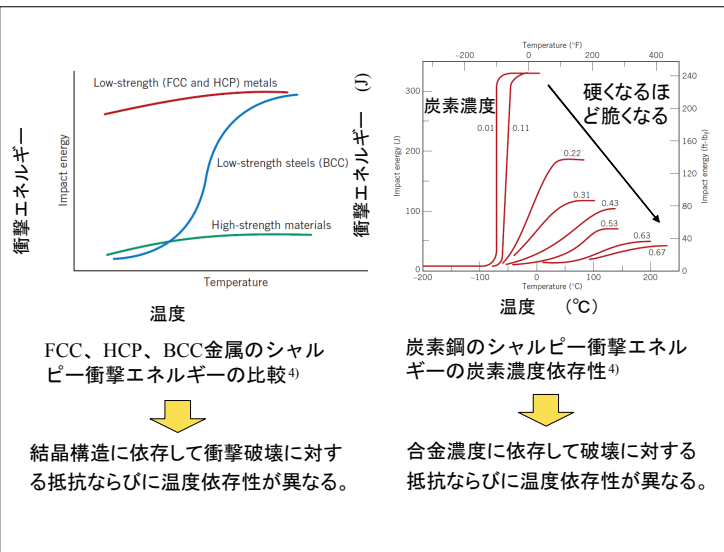
振り上げた時のハンマーの高さ = h
位置エネルギー: $U = mgh$
 m : ハンマーの質量

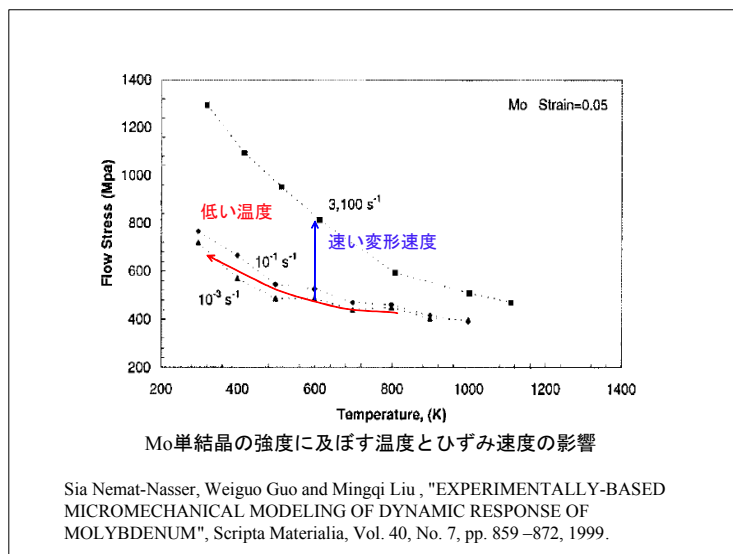
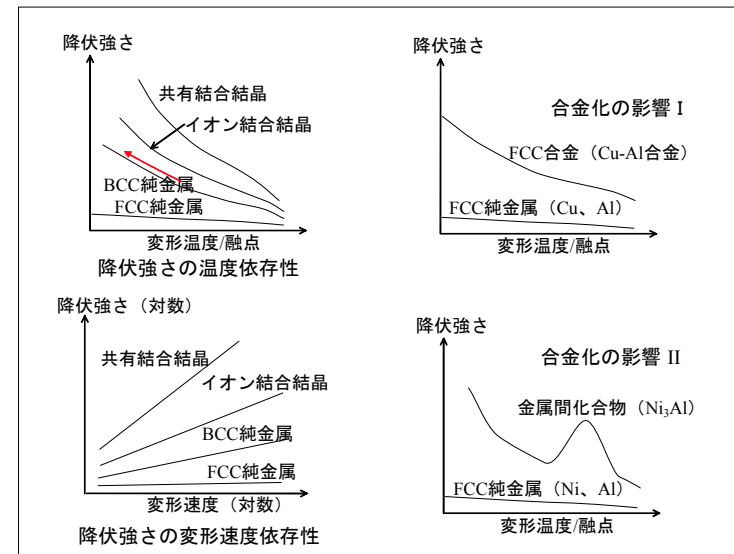
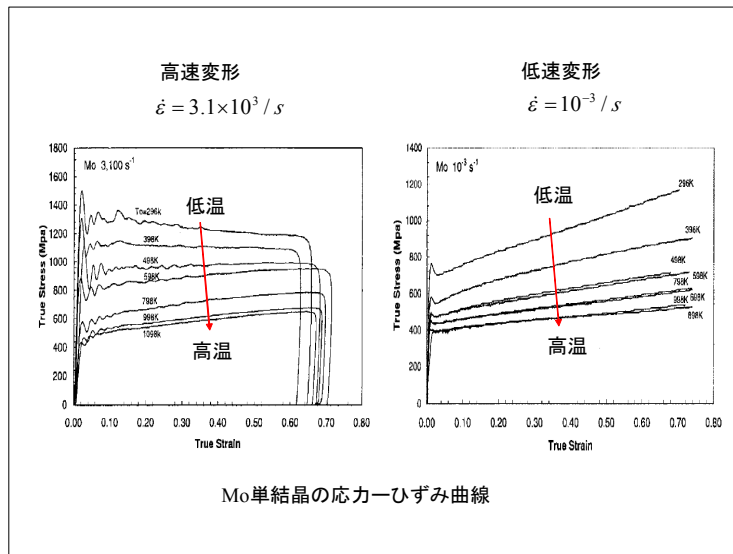
試験片を破壊した後に振りあがる高さ = h'
位置エネルギー: $U' = mgh'$

試験片の破壊に要した仕事
 $W_f = U - U' - \Delta U$
 $= mg(h - h') - \Delta U$
 ΔU : 振り子の摩擦エネルギーなど

衝撃エネルギー: $E_{imp} = \frac{W_f}{A}$
A: 破面の面積

切り欠きを入れた試験片





高温で使われる材料 materials used at high temperatures

タービンブレード

例) ジェットエンジン

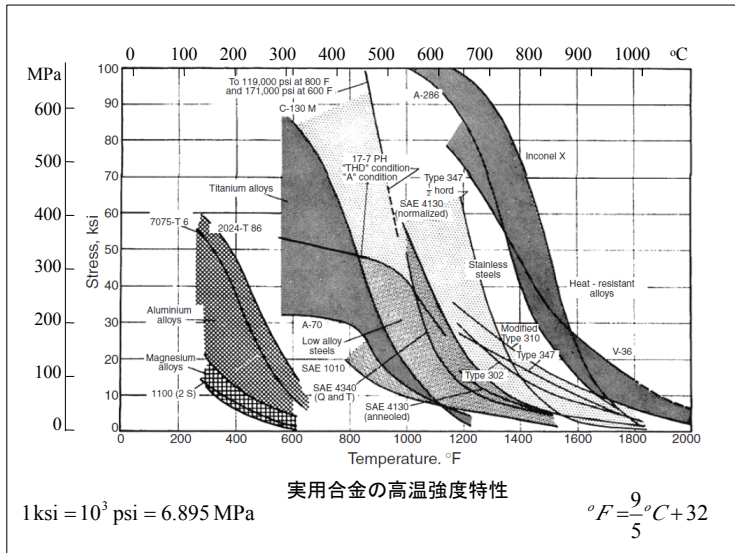
空気吸入
空気圧縮 (30~40倍)
空気・ケロシン混合
1次燃焼 (~2000 °C)
タービン直前の
2次燃焼 (~1000 °C)
推進力

吸入・圧縮・推進を
同軸回転軸につけた
ブレードで行う。

遠心力 ↑

× 通常の凝固 ○ 方向性凝固 ○ 単結晶

Monocrystalloids, a New Concept in Gas Turbine Materials, PWA 1409, Pratt and Whitney

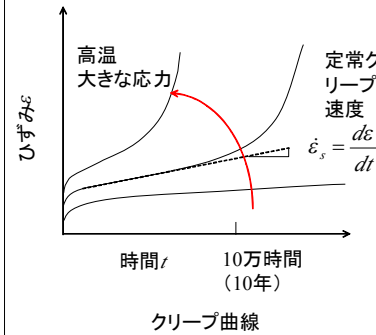


クリープ creep

融点の約半分以上の高温では、降伏強さよりも低い応力負荷で変形が起こる。ついに材料の破断を引き起こす。

クリープ速度の一般式

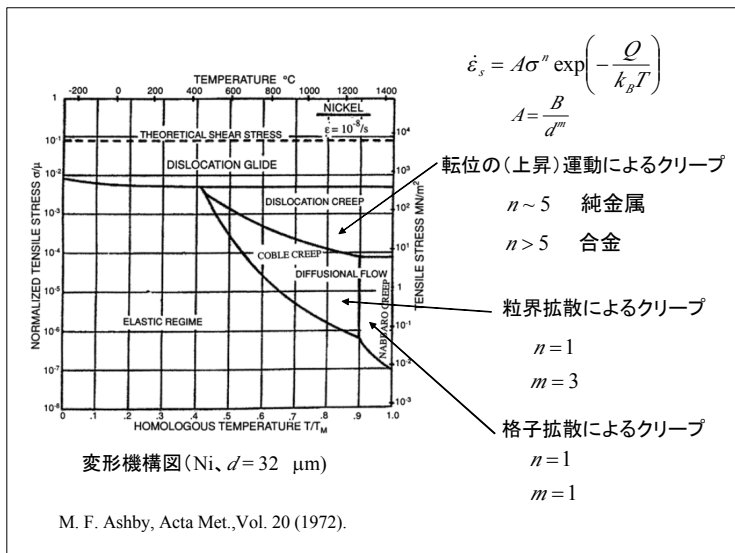
$$\dot{\epsilon}_s = A\sigma^n \exp\left(-\frac{Q}{k_B T}\right)$$



σ: 応力
A: 材料定数
Q: クリープの活性化エネルギー
k_B: ボルツマン定数 (= R / N_{av})
= 1.38 × 10⁻²³ J/K
= 0.862 × 10⁻⁴ eV/K
※ 1 eV = 1.602 × 10⁻¹⁹ J

結晶粒径に依存する場合

$$A = \frac{B}{d^m} \quad d: \text{結晶粒径}$$



破断のひずみをε_fとし、破断までの時間をt_rとする。破断時間が定常クリープの時間に比例すると仮定できるものとする、

$$\epsilon_f = C \dot{\epsilon}_s t_r = A \sigma^n \exp\left(-\frac{Q}{k_B T}\right) t_r$$

C, A: 定数

これより、以下の関係を得る。

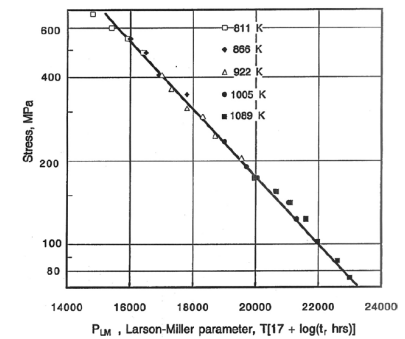
$$T \left(\ln t_r + \ln \frac{A}{\epsilon_f} \right) = \frac{Q}{k_B} - n T \ln \sigma$$



ラーソン・ミラー因子

$$P_{LM} = T(\log_{10} t_r + C) \quad C: \text{定数} (\approx 20, \text{耐熱鉄鋼・合金材料})$$

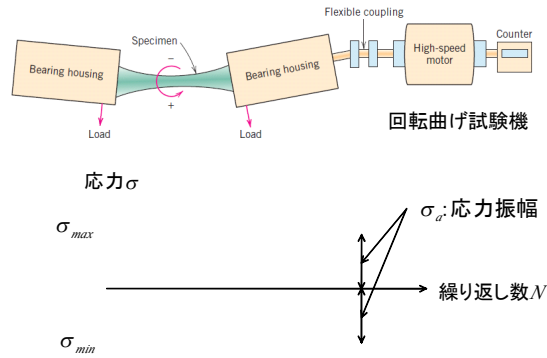
ただし、t_rの単位は時間h、Tの単位はKである。



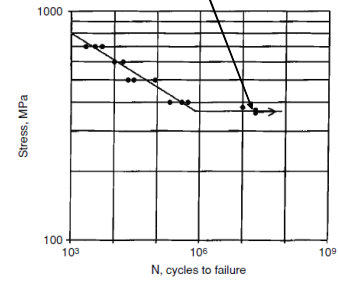
S-590 鋼のラーソン・ミラー因子と応力の関係
R. M. Goldoff, Mat. Eng. Design, Vol. 49 (1961).

疲労 fatigue

降伏強さ以下の応力負荷でも、繰り返しの付加によって変形クラックが形成して破断にいたることがある。



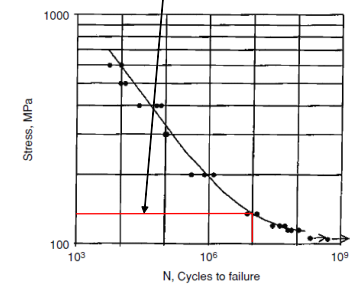
疲労限度(耐久限度)の存在



破断までの繰り返し数 N

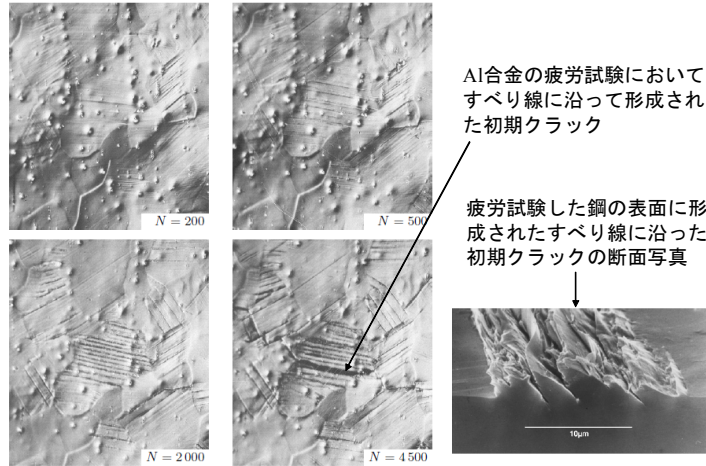
焼鈍した鋼(4340鋼)のS-N曲線

10^7 回の繰り返し数で破断する時間強度



破断までの繰り返し数 N

アルミニウム合金(7075T-6)のS-N曲線

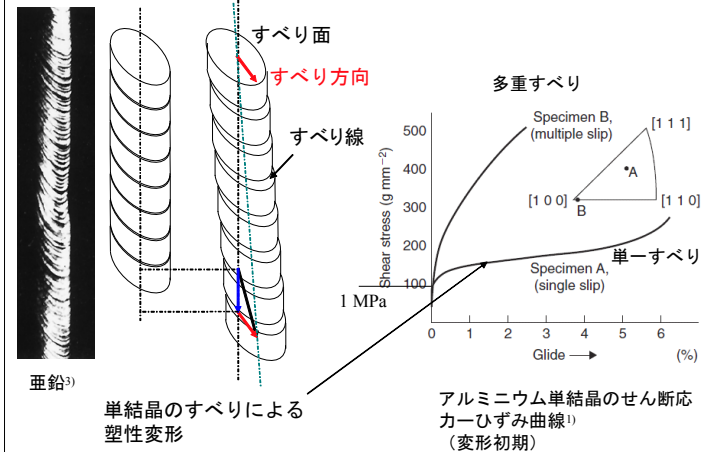


Al合金の疲労試験においてすべり線に沿って形成された初期クラック

疲労試験した鋼の表面に形成されたすべり線に沿った初期クラックの断面写真

Fig. 10.6. Formation of slip bands in AlMg3 in a strain-controlled fatigue experiment ($R_c = -1$, $\epsilon_a = 0.5\%$, grain size $50\mu\text{m}$). Optical micrograph (after [148])

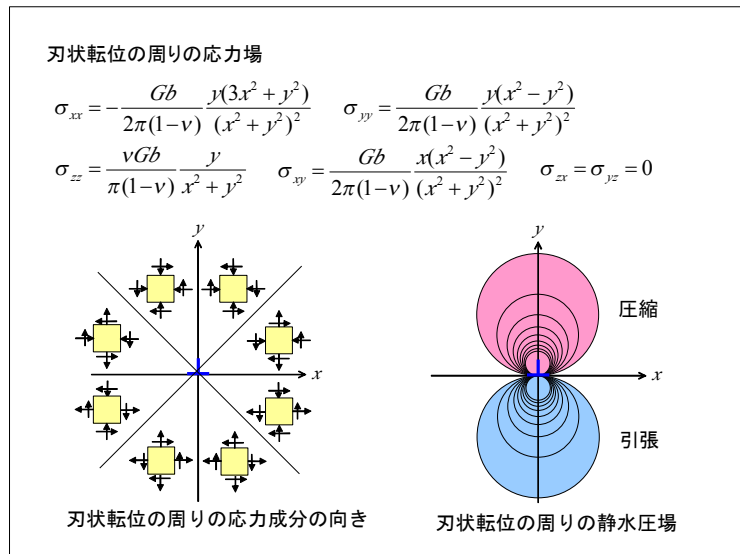
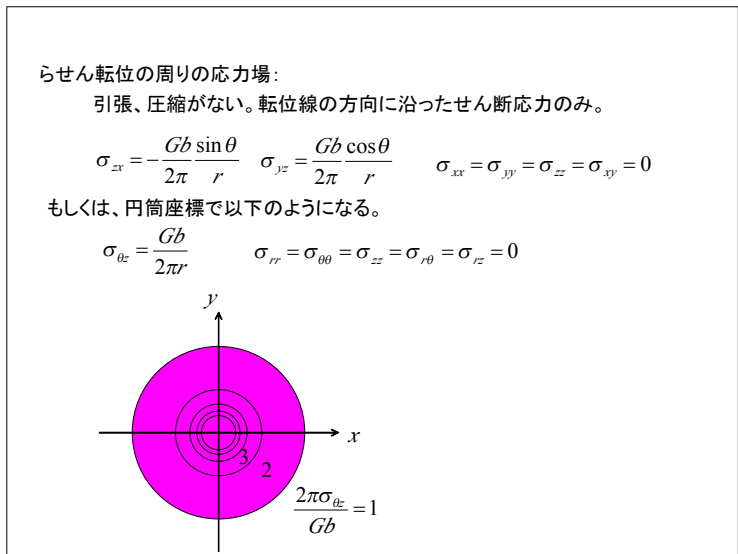
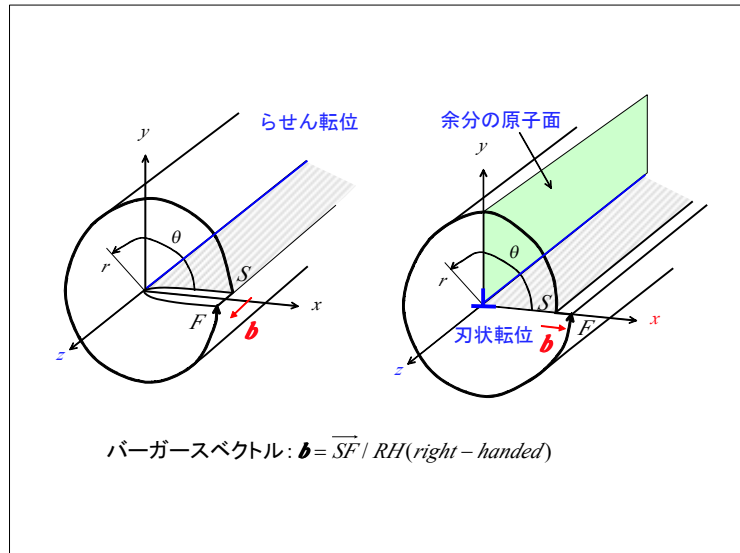
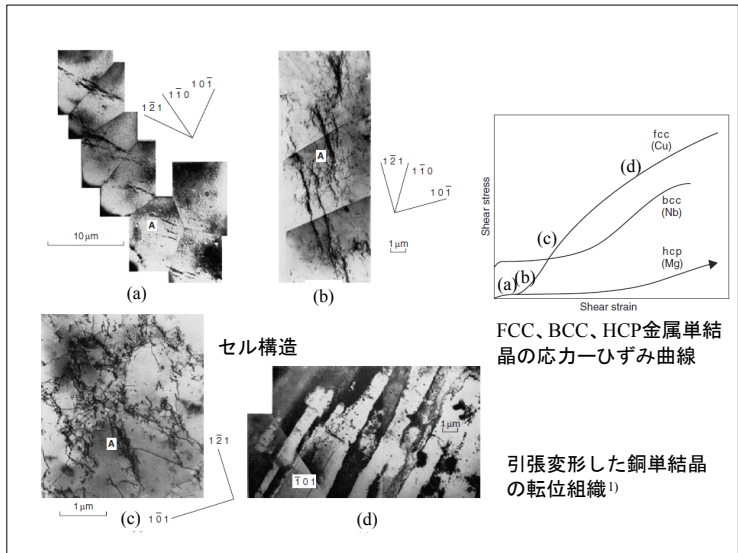
塑性変形と転位

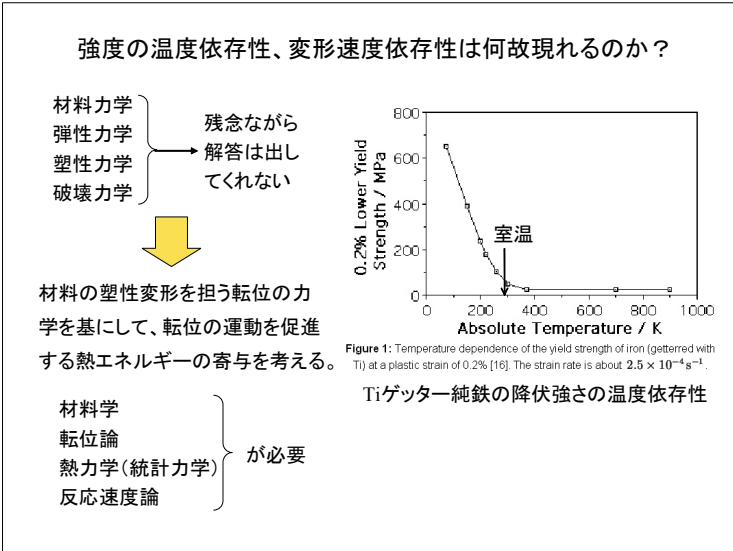
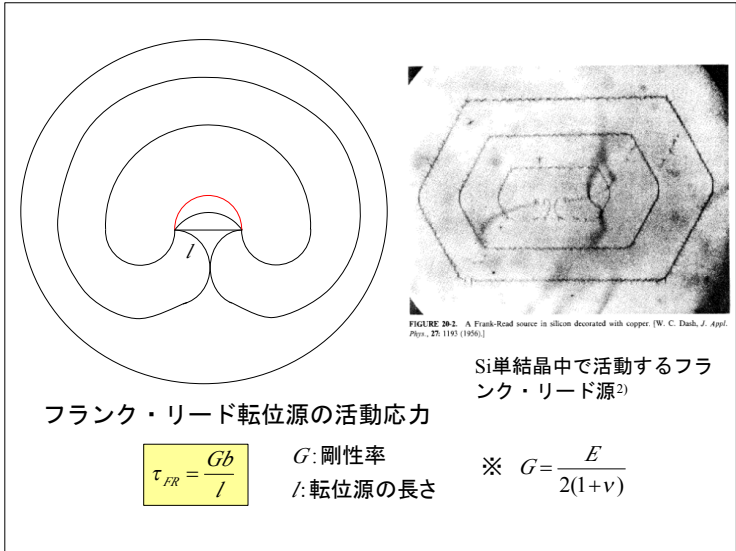
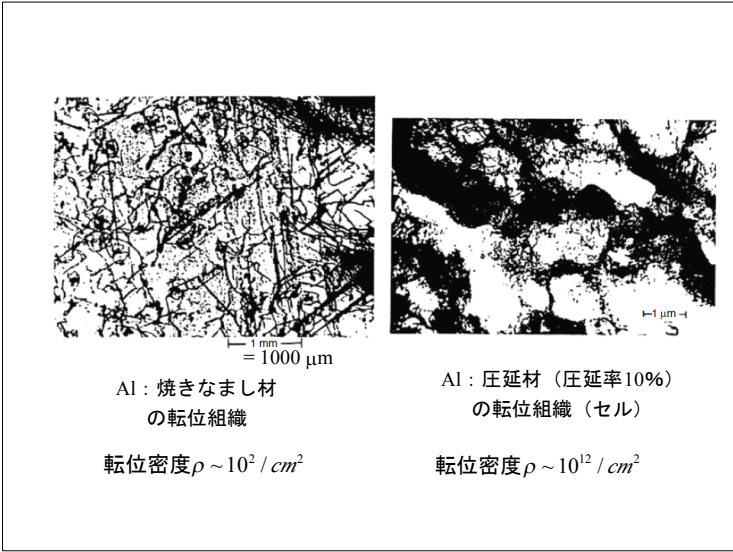
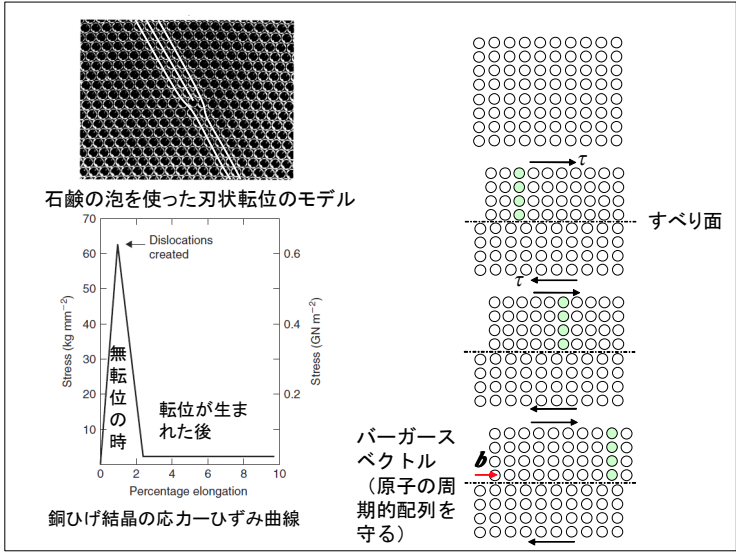


亜鉛³⁾

単結晶のすべりによる塑性変形

アルミニウム単結晶のせん断応力-ひずみ曲線¹⁾ (変形初期)





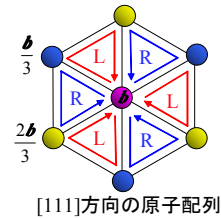
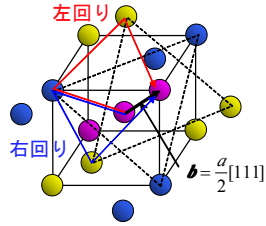
何故BCC金属は低温、高速変形で変形抵抗が大きいのか？

1) らせん転位は右ねじまたは左ねじを押し込むように、転位線に沿って[111]方向の原子列を**b**だけ変位させる。

2) BCC結晶構造を[111]方向から眺めると、原子は右ねじまたは左ねじのらせんが交互に並んでいる(安定構造)。

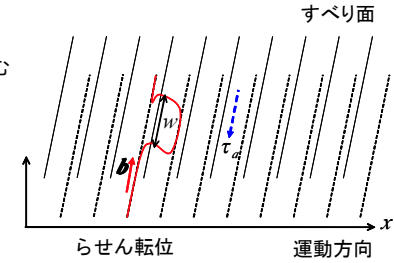
左回り(L)の**b**を持つらせん転位が右ねじ(R)の位置に入った時

$$\left. \begin{aligned} \bullet & \frac{b}{3} + \left(-\frac{b}{3}\right) = 0 \\ \bullet & \frac{2b}{3} + \left(-\frac{2b}{3}\right) = 0 \\ \bullet & b + (-b) = 0 \end{aligned} \right\} \text{原子が近づきすぎるとエネルギー的に高い状態になる!}$$

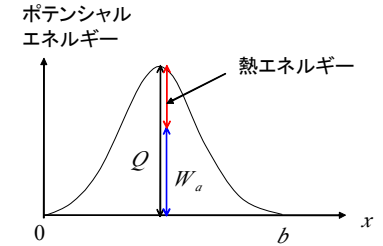


BCC金属では、その結晶構造の性質により、らせん転位が**だけ**進む時に高いポテンシャルの山を越えなければならない。(結晶の地の抵抗、パイエルス応力)

※FCC金属ではポテンシャル障壁の非常に低く、転位の運動に対する抵抗はないとみなしてよい。



ポテンシャルの高さをQとし、外から付加した荷重にすべり面上に作用するせん断応力τ_aによって転位になされる仕事をW_aとする。障壁を越えるために不足するエネルギーは

$$\Delta Q = Q - W_a$$


不足したエネルギー分を熱エネルギーの助けによって乗り越える確率は以下で与えられる。

$$p = \exp\left(-\frac{\Delta Q}{k_B T}\right) = \exp\left(-\frac{Q - W_a}{k_B T}\right)$$

単位時間あたりにポテンシャル障壁を乗り越える確率が高いほど、転位の速度は速いと言える。すなわち、結晶の塑性変形速度は速くなる。このことから、塑性変形速度をひずみ速度で表すと、以下の式が得られる。

$$\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_0 \exp\left(-\frac{Q - W_a}{k_B T}\right) \quad \begin{aligned} \dot{\gamma}_0: & \text{熱エネルギーの助けがない時のひずみ速度} \\ \text{すなわち、} & \text{外部付加応力だけで障壁を乗り越える時のひずみ速度} \end{aligned}$$

転位に作用する力の力学より、

$$W_a = \tau_a b A \quad A \approx ub: \text{障壁を乗り越えた一部のらせん転位が掃過した面積(活性化面積)}$$

以上より、ひずみ速度ならびに応力は以下ようになる。

$$\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_0 \exp\left(-\frac{Q - \tau_a b A}{k_B T}\right) \longrightarrow \tau_a = \frac{Q}{bA} + \frac{k_B T}{bA} \ln \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_0}$$

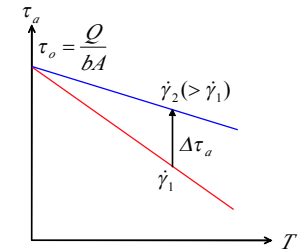
$$\frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_0} < 1 \quad \text{より} \quad \ln \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_0} < 0$$

活性化面積=障害物を乗り越えるために転位がすべり面上を運動しなければならない面積

$$A = \frac{k_B T}{\Delta \tau_a b} \ln \frac{\dot{\gamma}_2}{\dot{\gamma}_1}$$

熱活性化過程

- 1) 温度が高くなると強度は低下
- 2) 変形速度が速くなると強度は増加(正の温度依存性)



地の抵抗が無視できるFCC金属では、何故合金化すると強度の温度依存性が顕著になるのか？

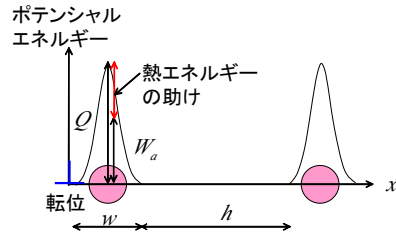
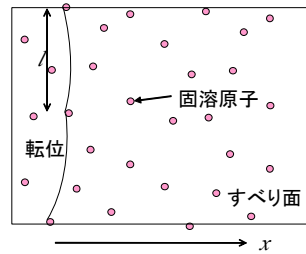
すべり面上に点状に分布する固溶原子に転位が引っかかってしまい、これらを乗り越えるのに時間がかかってしまう。障害物を乗り越えるための時間が変形速度を支配する。そのため、

$$\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_0 \exp\left(-\frac{Q - W_a}{k_B T}\right)$$

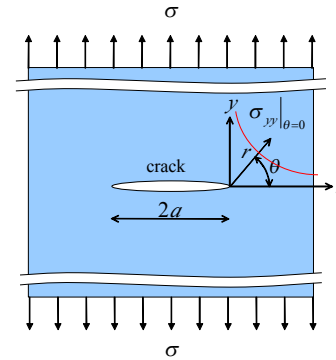
となり、以下を得る。

$$\tau_a = \frac{Q}{bA} + \frac{k_B T}{bA} \ln \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_0}$$

ただし、 $A = wl$



転位とクラック



開口型(モードI)のクラックに対する破壊力学の結果:

$$\sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right)$$

$$\sigma_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}$$

応力拡大係数

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_y \sqrt{2\pi r} = \sigma \sqrt{\pi a}$$

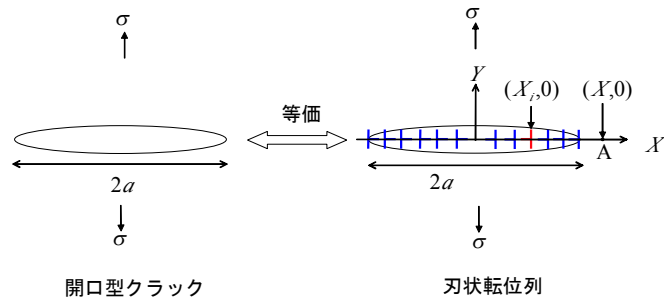
特に、x軸上では

$$\sigma_{yy}|_{\theta=0} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi x}}$$

遠方で一様な引張応力を受ける無限平板を貫くクラック(ただし、応力の向きはクラックと垂直)

クラックの転位モデル

クラックの問題は、同じ応力状態に置かれた材料中において、転位を並べた状態に置き換えることができる。このとき、転位列中の個々の転位が静止するために、それぞれの転位に対して、外部から与えた応力ならびに転位間の相互作用力の総和は0にならなければならない。

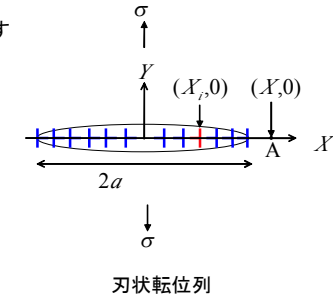


転位列のi番目の転位によってA点に作用するy方向の法線応力は以下となる。

$$\sigma_{yy}^i(X,0) = \frac{Gb_i}{2\pi(1-\nu)} \frac{1}{X - X_i}$$

よって、転位列の全転位の応力場によるA点でのy方向の法線応力は以下となる。

$$\begin{aligned} \sigma_{yy}(X,0) &= \sum_i \sigma_{yy}^i(X,0) \\ &= \frac{G}{2\pi(1-\nu)} \sum_{i=1}^N \frac{b_i}{X - X_i} \end{aligned}$$



転位列中の転位の密度が非常に大きいものとして、転位が連続的に分布しているとみなすことができるものとする。このとき、 $X \sim X + dX$ にある転位の数を

$$n(X) = f(X)dX$$

とすれば、転位列中の全転位数Mは以下で与えられる。

$$N = \int_{-a}^a |f(X)| dX = 2 \int_0^a f(X) dX \quad \because f(x) = -f(-x)$$

転位列内の X の位置にある転位について以下の力の釣り合いが成り立たねばならない。

$$\frac{Gb^2}{2\pi(1-\nu)} \int_{-a}^a \frac{f(\xi)d\xi}{X-\xi} + \sigma b = 0 \quad (-a < X < a)$$

X の位置以外の転位の
応力場による力

X の位置の転位に
作用する外部付加力

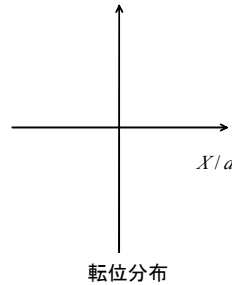
$$\frac{Gb f(X)}{2(1-\nu)\sigma}$$

上の方程式を満足する関数は以下で与えられる。

$$f(\xi) = \frac{2(1-\nu)\sigma}{Gb} \frac{\xi}{\sqrt{a^2 - \xi^2}} \quad (-a < \xi < a)$$

A点での y 方向の法線応力は以下で与えられる。

$$\begin{aligned} \sigma_{yy}(X,0) &= \frac{Gb}{2\pi(1-\nu)} \int_{-a}^a \frac{f(\xi)d\xi}{X-\xi} \\ &= \frac{\sigma}{\pi} \int_{-a}^a \frac{\xi d\xi}{(X-\xi)\sqrt{a^2 - \xi^2}} \quad (\xi < a < X) \end{aligned}$$



後は計算実行のみである(数学の練習)。

$$\begin{aligned} \sigma_{yy}(X,0) &= \frac{\sigma}{\pi} \int_{-a}^a \frac{\xi d\xi}{(X-\xi)\sqrt{a^2 - \xi^2}} = -\frac{\sigma}{\pi} \int_{\pi}^0 \frac{a \cos \phi d\phi}{X-a \cos \phi} = \frac{\sigma}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{\lambda d\phi}{X-a \cos \phi} - \frac{\sigma}{\pi} \int_0^{\pi} d\phi \\ &= \frac{2\sigma}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{\lambda d(\phi/2)}{X-a+2a \sin^2(\phi/2)} - \sigma \\ &= \frac{2\sigma}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{\lambda d(\phi/2)}{(X-a)/\cos^2(\phi/2) + 2a \tan^2(\phi/2) \cos^2(\phi/2)} - \sigma \\ &= \frac{2\sigma}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{\lambda d(\phi/2)}{X-a+(X+a) \tan^2(\phi/2) \cos^2(\phi/2)} - \sigma \\ &= \frac{2\sigma X}{\pi(X-a)} \int_0^{\sqrt{(X+a)/(X-a)}} \frac{1}{1+\sqrt{(X+a)/(X-a)} \tan(\phi/2)} d\left\{ \sqrt{\frac{X+a}{X-a}} \tan(\phi/2) \right\} - \sigma \\ &= \frac{2\sigma X}{\pi \sqrt{X^2 - a^2}} \arctan \sqrt{\frac{X+a}{X-a}} - \sigma \end{aligned}$$

$x = X-a \ll a$ のときには、

$$\frac{X}{\sqrt{X^2 - a^2}} = \frac{a+x}{\sqrt{2ax+x^2}} \approx \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{2x}} \quad \arctan \sqrt{\frac{X+a}{X-a}} = \arctan \sqrt{\frac{2a+x}{x}} \approx \frac{\pi}{2}$$

以上より、以下のように、破壊力学で導かれる応力集中の式が得られる。

$$\sigma_{yy}(X,0) \approx \frac{\sigma \sqrt{a}}{\sqrt{2x}} = \frac{\sigma \sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi x}} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi x}}$$

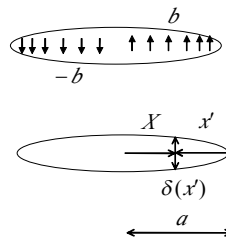
次に、クラック内の開口の大きさ(クラック開口変位、COD)を求める。

クラック先端から内側への距離を x とする。CODは各転位がもっている変位 b の和となるので、

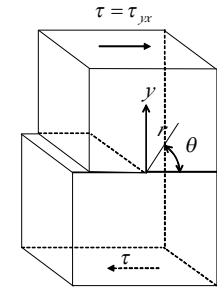
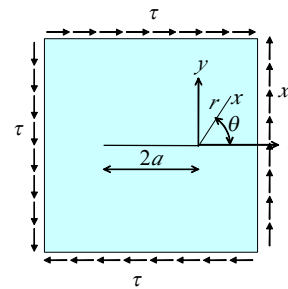
$$\begin{aligned} \delta(x') &= \int_0^{x'} b f(x') dx' \\ &= \frac{2(1-\nu)\sigma}{G} \int_0^{x'} \frac{a-x'}{\sqrt{a^2 - (a-x')^2}} dx' \end{aligned}$$

特にクラック先端のごく近傍で $x' \ll a$ のとき

$$\begin{aligned} \delta(x') &\approx \frac{2(1-\nu)\sigma}{G} \int_0^{x'} \frac{adx'}{\sqrt{2ax'}} = \frac{4(1-\nu)\sigma \sqrt{ax'}}{\sqrt{2G}} \\ &= \frac{4\sqrt{2}(1-\nu^2)K_I \sqrt{x'}}{\sqrt{\pi E}} \end{aligned}$$



面内せん断型(モードII)クラック



$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= -\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sigma_{yy} &= \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\ \sigma_{xy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \end{aligned}$$

応力拡大係数

$$K_{II} = \tau \sqrt{\pi a}$$

特に x 軸上では、

$$\sigma_{xy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi x}}$$

面内せん断型クラック

刃状転位列

転位の分布関数

転位列内の*i*番目の転位による内部応力 (*Y*軸に垂直な面で*X*軸方向の成分)

$$\sigma_{yx}^i(X,0) = \frac{Gb}{2\pi(1-\nu)} \frac{1}{X-X_i}$$

転位列内の*X*の位置にある転位に働く力 (*X*方向)のつりあい

$$\frac{Gb^2}{2\pi(1-\nu)} \int_{-a/2}^{a/2} \frac{f(\xi)d\xi}{X-\xi} + \tau b = 0 \quad (-a < \xi, X < a)$$

他の転位による力
外部付加力

つりあい方程式を満たす転位の分布関数は以下で与えられる。

$$f(\xi) = \frac{2(1-\nu)\tau}{Gb} \frac{\xi}{\sqrt{a^2 - \xi^2}} \quad -a < \xi < a$$

クラック先端近傍において、 $x = X - a \ll a$ として以下を得る。

$$\sigma_{yx}(X,0) = \frac{2\tau X}{\pi\sqrt{X^2 - a^2}} \arctan \sqrt{\frac{X+a}{X-a}} - \tau \approx \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi x}} \quad (a < X)$$

※ 開口型(モードI)クラックと等価な刃状転位の分布は、転位のすべりによって生じる塑性変形では形成されない。しかし面内せん断型(モードII)クラックと等価な刃状転位の分布は、すべり面上を運動する転位の堆積によって生じ得る。面内せん断型クラックと等価な転位の集積は、両端を結晶粒界によって止められて集積した転位分布に現われ、強度に及ぼす結晶粒径の影響に対して同じ数学的解析を行える。

面外せん断型(モードIII)クラック

面外せん断型クラック

らせん転位列

破壊力学: $-\sigma_{yz} = -\frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2}$ $\sigma_{yz} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2}$ $K_{III} = \tau \sqrt{\pi a}$

面外せん断型クラック

らせん転位列

転位列中の*i*番目のらせん転位による*Y*軸に垂直な面における*Z*方向の応力

$$\sigma_{yz}^i(X,0) = \frac{Gb}{2\pi} \frac{1}{X-X_i}$$

連続分布を仮定した際の転位列中の転位に作用する力のつりあい

$$\frac{Gb^2}{2\pi} \int_{-a}^a \frac{f(\xi)d\xi}{X-\xi} + \tau b = 0 \quad f(\xi) = \frac{2\tau}{Gb} \frac{\xi}{\sqrt{a^2 - \xi^2}} \quad -a < X, \xi < a$$

※ 面外せん断型クラックも、すべり変形において両端を阻止されて形成されるらせん転位の分布の解析に用いることができる。

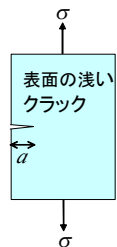
破壊に対する設計強度

応力拡大係数 $K \leq K_c$ (臨界応力拡大係数、破壊靱性値)

あるいは

$$Y\sigma\sqrt{\pi a} \leq K_c$$

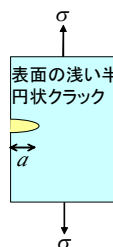
Y : クラック形状因子 crack geometry factor
(クラックの形状、応力の付加状態に依存)



$$Y = 1.12$$



$$Y = 2/\pi = 0.637$$



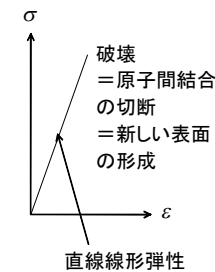
$$Y = 1.12 \times 2/\pi = 0.713$$

脆性材料

開口型クラックに対する破壊靱性値 (fracture toughness)

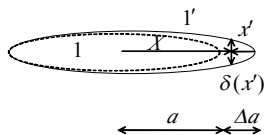
$$K_{IC} = \begin{cases} \sqrt{2E\gamma_s} & \text{平面応力} \\ & \text{(薄板中、表面近傍のクラック)} \\ \sqrt{\frac{2E\gamma_s}{1-\nu^2}} & \text{平面ひずみ} \\ & \text{(厚板中のクラック)} \end{cases}$$

E : ヤング率、 ν : ポアソン比、 γ_s : 表面エネルギー



ここでは、上記の破壊条件の説明を、クラックの転位モデルを用いて、以下に行う。

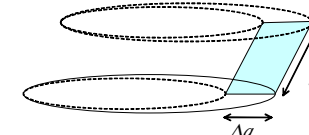
開口型クラック1が Δa だけその長さを増加し、クラック1'となった場合に解放されるエネルギーを考える。これは、クラック1の先端の応力場によってクラック1'の変位を作るのに必要な弾性エネルギーとなる。よって、板の厚さを t 、クラック1'先端からの距離を x として



$$\begin{aligned} \Delta U_e &= -\frac{1}{2} \int_0^{\Delta a} \sigma_{yy}(x', 0) t dx' \times \delta(x') \approx -\frac{1}{2} \int_0^{\Delta a} \frac{K_I}{\sqrt{2\pi(\Delta a - x')}} \times \frac{4\sqrt{2}(1-\nu^2)K_I\sqrt{x'}}{\sqrt{\pi E}} t dx' \\ &= -\frac{2(1-\nu^2)K_I^2 t}{\pi E} \int_0^{\Delta a} \frac{\sqrt{x'}}{\sqrt{\Delta a - x'}} dx' \\ &\quad \int_0^{\Delta a} \frac{\sqrt{x'}}{\sqrt{\Delta a - x'}} dx' = \int_{-\Delta a/2}^{\Delta a/2} \frac{\sqrt{\Delta a/2 + s}}{\sqrt{\Delta a/2 - s}} ds = \int_{-\Delta a/2}^{\Delta a/2} \frac{\Delta a/2 + s}{\sqrt{(\Delta a/2)^2 - s^2}} ds \\ &\quad = \frac{\Delta a}{2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (1 + \sin \phi) d\phi = \frac{\pi \Delta a}{2} \\ \Delta U_e &= -\frac{(1-\nu^2)K_I^2}{E} t \Delta a \end{aligned}$$

※ クラックが大きくなると荷重を受け持つ領域が減少して、ポテンシャルエネルギーが減少することに注意。

クラック面積が ΔA_c だけ増えることで、増加する表面の面積は $\Delta A_s = 2\Delta A_c$ である。よって、単位面積あたりの表面のエネルギーを γ_s とすると、新しい表面を作るために必要な仕事は、



$$\Delta W_s = \gamma_s \Delta A_s = 2\gamma_s t \Delta a$$

新しいクラック面積 $\Delta A_c = t \Delta a$

よって、クラック進展に伴う系のポテンシャルエネルギーの変化は、

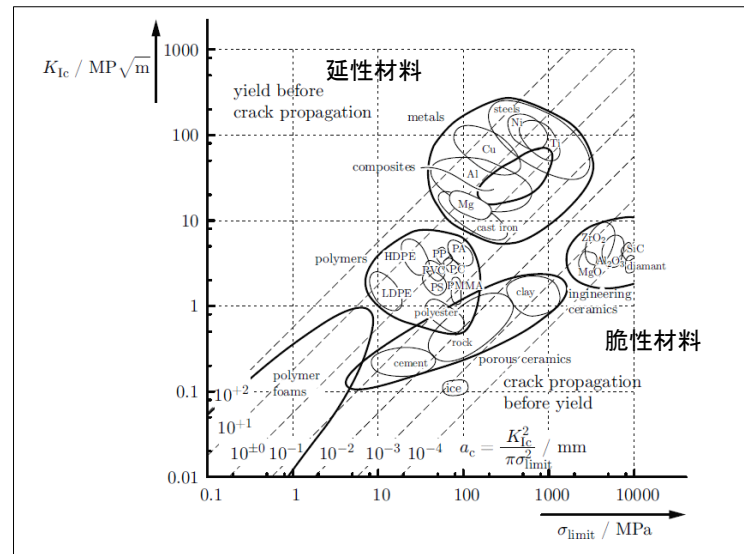
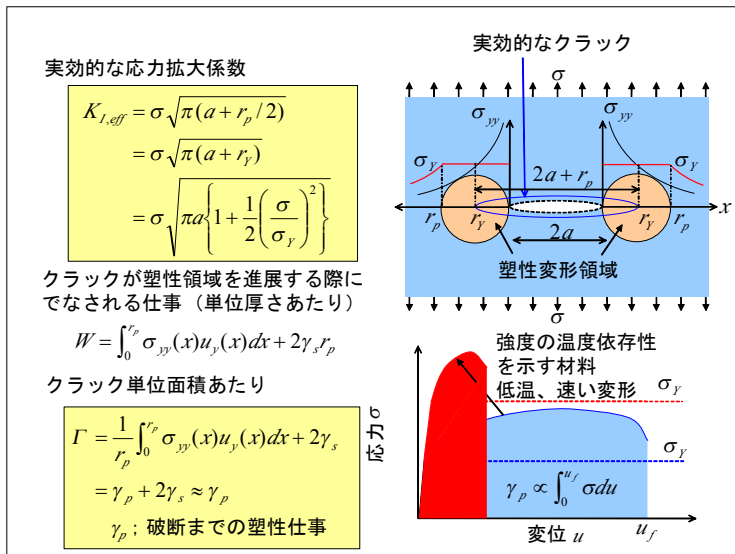
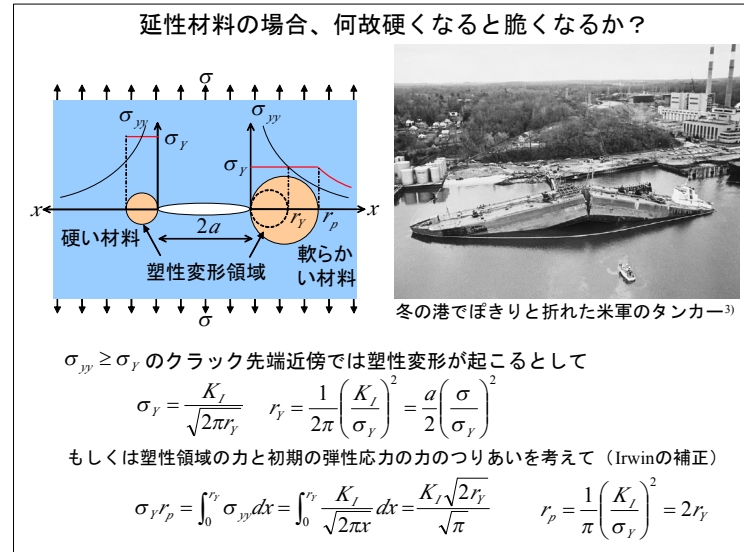
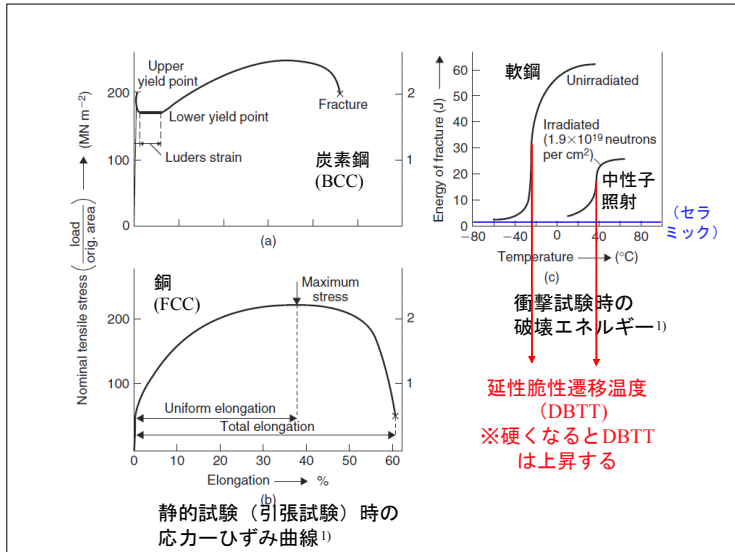
新しい表面の面積 $\Delta A_s = 2\Delta A_c = 2t \Delta a$

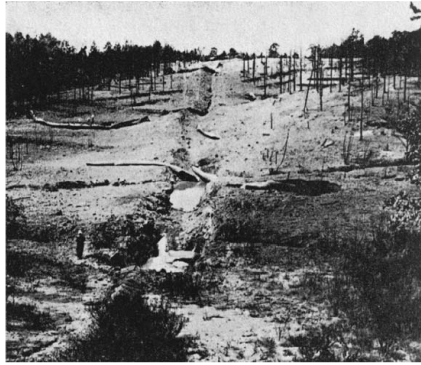
$$\Delta U = \Delta U_e + \Delta W_s = \left\{ -\frac{(1-\nu^2)K_I^2}{E} + 2\gamma_s \right\} t \Delta a$$

で表される。これより、クラックが進展することで系のポテンシャルエネルギーが減少してより安定となる条件、

$$\Delta U \leq 0 \quad \text{より} \quad \frac{(1-\nu^2)K_I^2}{E} \geq 2\gamma_s \quad \text{臨界値} \quad K_{IC} = \sqrt{\frac{2E\gamma_s}{1-\nu^2}}$$

を得る。



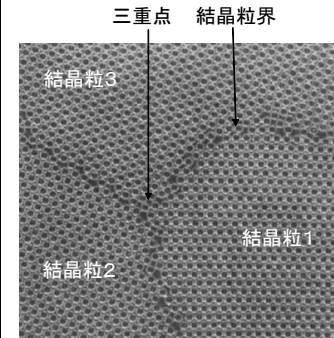


ガス中の音速より速い速度で破壊した天然ガスパイプライン

In the period from 1948 to 1951 there were many fractures of natural gas pipelines. Most occurred during testing and most started at welding defects but propagated through sound metal. One of the longest cracks was 3200 ft long. Once started, cracks run at speeds greater than the velocity of sound in the pressurized gas. Therefore there is no release of the gas pressure to reduce the stress at the tip of the crack.

WILLIAM F. HOSFORD, "Mechanical Behavior of Materials" (Cambridge)

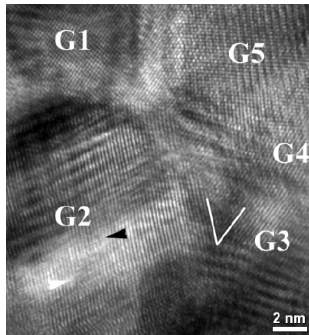
強度に及ぼす結晶粒径の影響



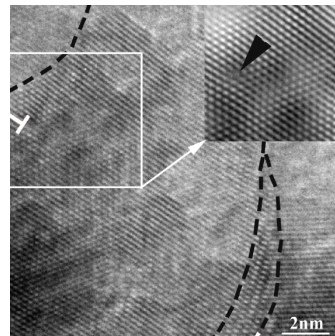
多結晶を模擬した石鹸泡によるモデル

結晶粒界一隙間の多い乱れた構造

- ・不純物原子が集まる(偏析)
- ・析出物が形成しやすい(不均一析出)
- ・結晶粒間のすべりの伝播の障害となる
- ・結晶粒内よりもエネルギーが高い(粒界エネルギー γ_{GB})
- ・応力集中源となる(粒界上のポイド、クラック、転位の発生源となる)
- ・粒界に沿ってすべりが発生する(粒界すべりクリープ、超塑性)
- ・電氣的、磁氣的、光學的性質などに影響する



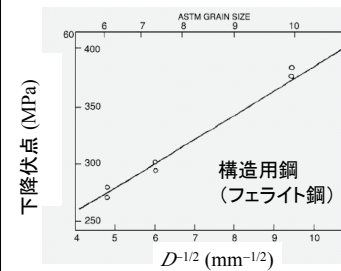
Typical HREM observation of as deposited nanocrystalline nickel with its nominal thickness of 60nm.



A typical HREM image of a thin area newly formed by deformation. A dislocation is trapped inside a grain close to the grain boundary (delineated by dark dash line). The inverse Fourier-filtered image (inset at upper right corner) from inside the white box shows the dislocation with more clarity.



オーステナイトステンレス鋼

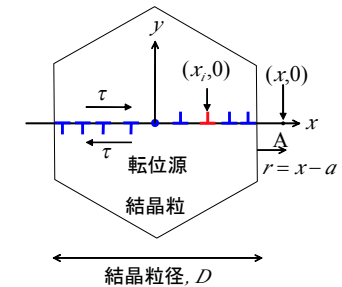


ホールベッチの法則

$$\text{変形応力: } \sigma = \sigma_o + \frac{k}{\sqrt{D}}$$

σ_o : 定数 (粒内の抵抗)

k : 定数 (粒間のすべりの伝播を生じるのに必要な強度因子)



転位列内のxの位置にある転位に関する力のつりあい

$$\frac{Gb^2}{2\pi\kappa} \int_{-D/2}^{D/2} \frac{f(x')dx'}{x-x'} + \tau b - \tau_o b = 0$$

他の転位による力 外部付加力 結晶の抵抗力・摩擦力

※ 刃状転位に対して $\kappa=1-\nu$ 、らせん転位に対して $\kappa=1$

$$\text{転位の分布関数: } f(x) = \frac{2\kappa(\tau - \tau_o)}{Gb} \frac{x}{\sqrt{(D/2)^2 - x^2}}$$

$$\text{結晶粒に含まれる全転位数: } N = 2 \int_0^{D/2} f(x) = \frac{2\kappa(\tau - \tau_o)D}{Gb}$$

$$\text{結晶粒中の平均の転位密度: } \bar{\rho} = \beta \frac{N}{D^2} = \frac{2\beta\kappa(\tau - \tau_o)}{GbD}$$

ただし、 β は結晶粒の形状に依存する因子

隣接粒において粒界のすぐ近傍のA点におけるせん断応力を τ_A とすると、

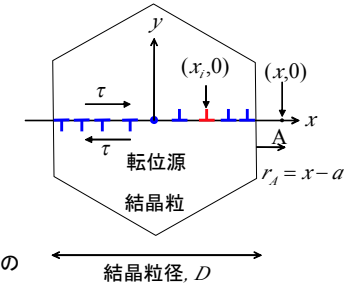
$$\tau_A = \frac{Gb}{2\pi\kappa} \int_{-D/2}^{D/2} \frac{f(x')dx'}{x-x'} \approx \frac{(\tau - \tau_o)\sqrt{D}}{2\sqrt{r_A}}$$

A点での応力がある一定以上の値 τ_c になった時に、そこで転位源が活動するものとする。このすべりの伝播の条件より

$$\tau_A = \frac{(\tau - \tau_o)\sqrt{D}}{2\sqrt{r_A}} \geq \tau_c$$

これより、外部付加の応力に対して以下を得る。

$$\text{ホール・ペッチ則: } \tau = \tau_o + \frac{k'}{\sqrt{D}} \quad \text{ただし、} k' = 2\tau_c\sqrt{r_A}$$



すべりの伝播が起こった際の平均の転位密度は、ホール・ペッチ則を利用して

$$\bar{\rho} = \frac{2\beta\kappa(\tau - \tau_o)}{GbD} = \frac{2\beta\kappa k'}{GbD^{3/2}} = \frac{A}{D^{3/2}} \quad A: \text{材料因子}$$

とできる。転位源からの転位の平均運動距離は以下となる。

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{1}{N/2} \int_0^{D/2} xf(x)dx = \frac{4\kappa(\tau - \tau_o)}{GbN} \int_0^{D/2} \frac{x^2 dx}{\sqrt{(D/2)^2 - x^2}} \\ &= \frac{2}{D} \times \frac{D^2}{4} \int_0^{\pi/2} \sin^2 \phi d\phi = \frac{\pi}{4} \left(\frac{D}{2} \right) \end{aligned}$$

よって転位列形成によって生じるすべり面上の変位は以下となる。

$$u = \frac{N}{2} b \left(\frac{\bar{x}}{D/2} \right) = \frac{\pi Nb}{8} = \frac{\pi\kappa(\tau - \tau_o)D}{4G} = \frac{\pi\kappa k'}{4G} \sqrt{D}$$

これより、すべりの伝播が生じる際の結晶粒のせん断ひずみは以下となる。

$$\gamma_{slip} = \frac{u}{D} = \frac{\pi\kappa(\tau - \tau_o)}{4G} = \frac{\pi\kappa k'}{4G\sqrt{D}}$$

転位密度と結晶粒径に関して：もうひとつの考え方

大きな結晶粒（粒径 D_1 ）と小さな結晶粒（粒径 D_2 ）を考える。単純のため、粒の形は立方とする。同じせん断ひずみを生じるためには、それぞれの粒において

$$\gamma = \frac{u_1}{D_1} = \frac{u_2}{D_2}$$

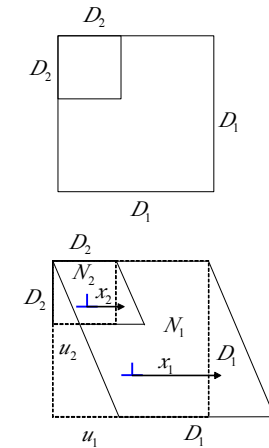
を満たすせん断変位が必要となる。それぞれの粒の転位の数を N_1 、 N_2 とするとき

$$u_1 = \frac{N_1 b x_1}{D_1} \quad u_2 = \frac{N_2 b x_2}{D_2}$$

となる。ただし、 x_1 、 x_2 はそれぞれの粒における転位の平均運動距離である。これより

$$\gamma = \rho_1 b x_1 = \rho_2 b x_2$$

$$\rho_1 = N_1 / D_1^2, \rho_2 = N_2 / D_2^2 : \text{結晶粒1,2の転位密度}$$



1) 塑性変形量が小さく、転位組織が疎で、変形にはすべりの伝播が主要な役割を果たす場合、 α を比例係数として、以下を仮定できるものとする。

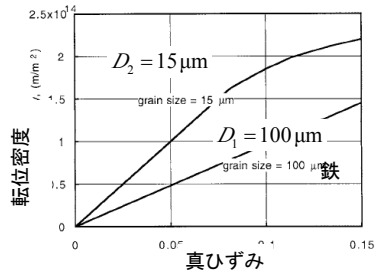
$$x_1 = \alpha D_1 \quad x_2 = \alpha D_2$$

よって、転位密度に対して以下の結果を得る。

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{D_2}{D_1} \rightarrow \rho = \frac{\rho_o D_o}{D} \quad \tau = \tau_o + \alpha G b \sqrt{\rho} = \tau_o + \frac{k''}{\sqrt{D}}$$

2) 塑性変形量が大きく、転位組織が密で、転位の運動距離が加工組織の特徴長さ(セルの大きさ) d に支配される場合。

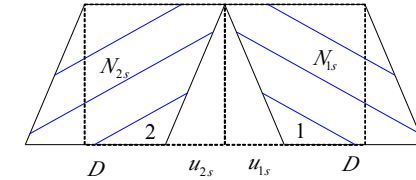
$$x_1 = x_2 = \alpha' d \\ \rho_1 = \rho_2$$



幾何学的に必要な転位 geometrically necessary dislocation



同じ粒径の結晶粒1と2が、それぞれ反対称の関係にある同じすべり系の単一すべりで変形したと仮定する。

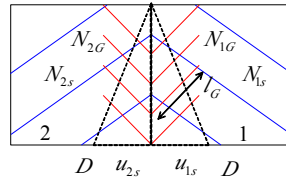


このとき、それぞれの粒の変形量、転位数(密度)、運動距離は同じであり、以下を得る。

$$x_1 = x_2 = x_s \quad u_{1s} = u_{2s} = u_s \quad N_{1s} = N_{2s} = N_s \\ \frac{N_{1s}}{D^2} = \frac{N_{2s}}{D^2} = \frac{N_s}{D^2} = \rho_s \quad \gamma_s = \frac{u_s}{D} = \rho_s b x_s$$

変形した銅多結晶表面のすべり線

単一のすべりだけでは粒界で隙間(あるいは重なり)が生じてしまう。このため、これを埋める(重なりをなくす)ための別のすべりが生じる。このように変形の拘束を補う転位のことを、幾何学的に必要な転位という。



※ 粒界の拘束なしで導入される転位のことを統計的に蓄積される転位 statistically stored dislocation という。

統計的転位の数を N_s 、幾何学的転位の数を N_G とすれば、粒内の全転位密度は、以下となる。

$$\rho = \frac{N_s}{D^2} + \frac{N_G}{D^2} = \rho_s + \rho_G \quad \rho_s, \rho_G: \text{統計的転位、幾何学的転位の密度}$$

幾何学的転位の平均運動距離を x_G とすれば、補償すべき変位と以下の関係になる。

$$u_s = M_G \frac{N_G b x_G}{D} \quad \text{ただし、} M_G \text{は幾何学転位によるせん断変位を} u_s \text{の方向に変換する幾何学因子である。}$$

幾何学的転位の作るすべり線の長さ l_G とし、転位は一様に分布しているものと仮定すると、平均運動距離は以下で与えられる。

$$x_G = \frac{l_G}{2}$$

これらより、幾何学転位の数と密度は以下で与えられる。

$$N_G = \frac{2D}{M_G b l_G} u_s = \frac{2D^2 \gamma_s}{M_G b l_G} \quad \rho_G = \frac{N_G}{D^2} = \frac{2\gamma_s}{M_G b l_G}$$

※現在、統計的に蓄積される転位、幾何学的に必要な転位に関する研究はホットであり、計算機シミュレーション、先端の分析機器による研究が行われている。

課題

先端科学特別講義 転位と亀裂の力学(中村担当)と書いて

講義の概要をA4、1枚にまとめて提出すること

提出期限:5月28日(金)

提出場所:材料工学実験室設置段ボール箱

学籍番号、氏名を忘れぬように。

参考: <http://www.mech.kagoshima-u.ac.jp/~nakamura/>