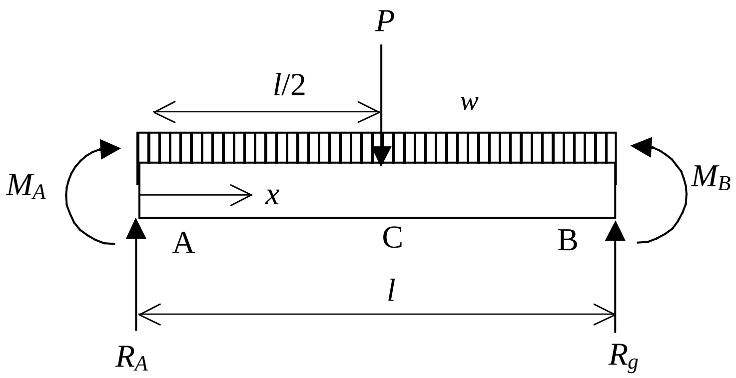
材料力学　第２週　解答例

２—３.

（１）左右対称より

$$R_A = R_B = \frac{P+wl}{2}、\ M_A = M_B$$



（２）ＡＣ間で考える。
Ａ点から x の位置におけるせん断力 S_x、曲げモーメント M_x は、

$$S_x = R_A = \frac{P+wl}{2}$$

$$M_x = R_A x - \frac{wx^2}{2} + M_A = \frac{P+wl}{2}x - \frac{wx^2}{2} + M_A$$

となるから、たわみの式は、Ａ点が固定されていることに注意して、

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M_x}{EI} = -\frac{P}{2EI}x - \frac{w}{2EI}(lx - x^2) - \frac{M_A}{EI}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{Px^2}{4EI} - \frac{w}{2EI}\left(\frac{lx^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right) - \frac{M_A x}{EI}$$

$$y = -\frac{Px^3}{12EI} - \frac{w}{2EI}\left(\frac{lx^3}{6} - \frac{x^4}{12}\right) - \frac{M_A x^2}{2EI}$$

となる。ここで、左右対称よりＣ点で最大たわみとなり、たわみ角は０となるので、

$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=l/2} = -\frac{Pl^2}{16EI} - \frac{w}{2EI}\left(\frac{l^3}{8} - \frac{l^3}{24}\right) - \frac{M_A l}{2EI} = -\frac{Pl^2}{16EI} - \frac{wl^3}{24EI} - \frac{M_A l}{2EI} = 0$$

$$\therefore\ M_A = M_B = -\frac{Pl}{8} - \frac{wl^2}{12}$$

を得る。
（３）ＡＣ間のたわみは

$$y = -\frac{P}{96EI}(8x^3 - 6lx^2) - \frac{w}{2EI}\left(\frac{lx^3}{6} - \frac{x^4}{12} - \frac{l^2x^2}{12}\right)$$

より、Ｃ点でのたわみは、

$$\left.y\right|_{x=l/2} = -\frac{P}{96EI}\left(l^3 - \frac{3l^3}{2}\right) - \frac{w}{24EI}\frac{l^2}{4}\left(l^2 - \frac{l^2}{4} - l^2\right) = \frac{Pl^3}{192EI} + \frac{wl^4}{348EI}$$

となる。

（４）はりの体積を Ｖ とすると、$V = bhl$、全重量は $W = mgV = mgbhl$ となる。よって、単位長さあたりの分布荷重は

$$w = \frac{W}{l} = mbhg = \frac{7.8\times10^{-3}\,\mathrm{kg}}{10^{-6}\,\mathrm{m}^3}\times0.04\mathrm{m}\times0.06\mathrm{m}\times9.8\mathrm{N} = 183\,\mathrm{N/m}$$

である。はりの断面２次モーメントは、

$$I=\frac{bh^3}{12}=\frac{0.04\times 0.06^3}{12}=0.72\times 10^{-6}\,\mathrm{m}^4$$

より、はりの曲げ剛性は

$$EI=200\times 10^9\,\mathrm{N/m^2}\times 0.72\times 10^{-6}\,\mathrm{m}^4=144\times 10^3\,\mathrm{N\ m^2}$$

となる。以上より、

$$y\Big|_{x=l/2}=\frac{l^3}{EI}\left(\frac{60\times 9.8}{192}+\frac{183\times l}{348}\right)=\frac{2^3\,\mathrm{m}^3}{144000\,\mathrm{N\ m^2}}\left(\frac{60\,\mathrm{kg}\times 9.8\,\mathrm{N}}{192}+\frac{183\,\mathrm{N/m}\times 2\,\mathrm{m}}{348}\right)$$

$$=0.229\times 10^{-3}\,\mathrm{m}$$

となる。